

Spread de crédit et prime de risque: approche structurelle

June 12, 2003

Abstract

Les modèles structurels de la dette risquée actuels ne parviennent pas à rendre compte convenablement de la structure des spreads observés et de leur sensibilité à certaines variables. L'objectif de la recherche sera d'une part un approfondissement théorique des modèles structurels à différents niveaux:

- modification des processus d'évolution de la valeur ou des cash-flows de la firme (sauts ou mouvements browniens fractionnaires);
- la prise en compte d'asymétries d'information; ces deux directions de recherche sont susceptibles de remettre en cause la prédictibilité du défaut
- l'endogénéisation du seuil de défaut
- l'introduction d'une dynamique de la dette

D'autre part, cette recherche se poursuivra par une étude empirique visant à induire (à partir du modèle élaboré) une estimation des primes de risque sur action à partir des spreads de crédit observés.

Auteurs du projet

Laure Coutin, Laboratoire de Probabilités-Statistiques, Université Paul Sabatier Toulouse,
Jean-Claude Gabillon, Groupe de Finance, ESC Toulouse,
Laurent Germain, Groupe de Finance, ESC Toulouse,
Monique Pontier, Laboratoire de Probabilités-Statistiques, Université Paul Sabatier Toulouse,
Clémentine Prieur, Laboratoire de Probabilités-Statistiques, Université Paul Sabatier Toulouse,
Anne Vanhems, Groupe de Finance, ESC Toulouse
Correspondant du projet: Laurent Germain, l.germain@esc-toulouse.fr
ESC Toulouse, 20, Bd Lascrosses, BP7010, 31068 Toulouse, Cedex 7

1 DESCRIPTION DU PROJET

Les modèles d'évaluation de la dette risquée, qui sont en même temps des modèles explicatifs du niveau et de la structure des "spreads de crédit", et servent de base à l'évaluation des produits dérivés de crédit, ont fait l'objet d'une abondante littérature depuis le début des années 70. A la suite de Duffie-Singleton (98), ces modèles sont généralement rangés en deux catégories : les "modèles structurels" et les "modèles sous forme réduite".

Dans les "modèles sous forme réduite", le temps du défaut est défini de manière exogène (cf. Jarrow Turnbull (95), Jarrow Lando Turnbull (97) et Duffie Singleton (98)). Le principal avantage de ces modèles est leur souplesse. Leurs paramètres peuvent aisément être estimés à partir de l'observation de la structure des spreads de crédit. Ces modèles permettent aussi un pricing (évaluation du prix) des titres dérivés de crédit compatible avec les prix observés de la dette risquée. Cependant, ils sont très pauvres sur le plan théorique et rompent le lien théorique entre les variables économiques de base (valeur de l'entreprise, taux du marché) et l'événement "défaut". En effet, le prix de la dette risquée apparaît exposé à deux sortes de **facteurs de risque** :

1. le risque de défaut associé au risque de marché, ou risque d'exploitation affectant la valeur de l'entreprise : dans un modèle où le risque d'exploitation qui affecte la valeur de l'entreprise est le seul facteur de risque, le risque de défaut n'est qu'un sous produit de ce risque d'exploitation sous jacent.

2. le risque lié à l'évolution du taux de marché.

Même dans les modèles, comme celui de Merton (1974), où ce taux d'intérêt est supposé constant, le prix de la dette risquée apparaît comme une fonction de ce taux d'intérêt. Dans un modèle à deux facteurs où le taux d'intérêt est stochastique, la probabilité de défaut, sauf à supposer l'indépendance des deux facteurs de risque, dépend en principe du niveau du taux d'intérêt.

En statique comparative il devient possible de comparer la sensibilité au taux d'intérêt du marché de la dette risquée à celle d'une dette non risquée ayant la même chronique de coupons nominaux.

En conclusion, les modèles sous forme réduite ne fournissent aucune formule "a priori" du risque de taux de la dette risquée contrairement aux modèles structurels.

Les "modèles structurels" ont pour variable d'état le plus souvent la valeur de l'entreprise (ou son cash flow d'exploitation), variable observable ou non selon les cas. Elle est modélisée par un certain processus de diffusion. Le "défaut" y est un événement endogène qui survient lorsque la valeur heurte une barrière absorbante elle même exogène ou un seuil résultant d'un calcul d'optimisation de l'actionnaire. L'avantage essentiel des modèles structurels est en outre de permettre une évaluation intégrée et cohérente des divers titres émis par l'entreprise (exposés à des degrés divers aux deux catégories de risque définies ci-dessus) qu'il s'agisse des actions pour aller à la dette fortement sécurisée au moyen de collatéraux (hypothèques ou garantie d'un tiers) ou d'obligations convertibles ou encore de dettes risquées de premier ou de deuxième rang.

Toutefois les modèles structurels ont généralement du mal à rendre compte d'une manière convenable de la structure des spreads de crédit observée et de leur sensibilité à certaines variables (comme le taux d'intérêt). Par exemple, ils ne rendent pas compte de la non convergence vers 0 des spreads de crédit sur échéance courte, même pour des entreprises peu endettées (La convergence du spread vers zéro dans les modèles structurels tient à la prédictibilité du défaut dans le cadre des hypothèses standards voir Gieseke 2003).

L'objectif de notre recherche sera d'une part

- de prendre en compte la politique d'endettement de la firme, l'endogénéisation du seuil de défaut et la prise en compte d'asymétries d'information ,
- d'autre part d'améliorer la compréhension de la courbe des spreads et de la prime de risque sur actions.

En particulier, nous nous attacherons à redéfinir les processus stochastiques d'évolution de la valeur de l'entreprise. En effet, on ne peut plus se contenter de modèles gaussiens (à cause des phénomènes de "queues épaisses" - les valeurs extrêmes sont plus fréquentes que ce que prévoit la normalité - ou ceux du "smile" de volatilité). Une première proposition est d'émettre l'hypothèse de sauts dans la dynamique (sauts exogènes ou non) ; une seconde est d'introduire une volatilité stochastique de type processus mixtes sauts-diffusion ou dirigée par des processus browniens fractionnaires ou α -stables. Il s'agit, en s'appuyant sur des données réelles, de mettre en évidence de tels phénomènes et d'identifier les modèles explicatifs possibles.

1.0.1 L'amélioration théorique de ces modèles

La prise en compte de la dynamique de la dette : un titre de dette particulier émis par une entreprise ne peut être valorisé indépendamment des autres titres d'emprunt émis par la firme. C'est la totalité de la dette de l'entreprise qui détermine son risque de défaut et qui influence donc la valorisation de chaque titre de dette particulier quel que soit son rang de priorité ou les garanties dont il est assorti. Le défaut est un événement qui affecte l'ensemble des dettes émises. Sa survenance est déterminée par la totalité des engagements contractés par la firme. Bien plus la valeur d'une dette d'échéance T dépend en $t < T$ non seulement des emprunts déjà au bilan en t mais de tous les nouveaux emprunts qui pourront être émis entre t et T et dont l'importance contribuera à déterminer la probabilité de défaut de l'entreprise durant l'intervalle. Autrement dit, une dette risquée ne peut être évaluée comme si elle était seule au bilan. Elle ne peut l'être que dans le cadre d'une dynamique présumée de l'endettement global de la firme.

Retenir un niveau de dette constant quel que soit t , revient à supposer que le taux d'endettement anticipé décroît et conduit à réduire les spreads de crédit à long terme relativement aux spreads de court terme. P. Colin-Dufresne et R. S. Goldstein (2001), pour pallier cette difficulté, supposent un ratio d'endettement maintenu stationnaire à long terme, par un processus de retour à la moyenne (cf. processus de Ornstein-Uhlenbeck). On obtient donc une forme plus satisfaisante de la courbe par terme des spreads de crédit.

Nous nous proposons d'étudier l'influence de l'introduction de nouveaux modèles stochastiques sur la dynamique de l'endettement. En particulier, la prise en compte des emprunts éventuellement émis entre t et T donne lieu à des problèmes de calcul stochastique anticipatif ou de grossissement de filtration.

L'endogénéisation du seuil de défaut : le défaut de l'entreprise suppose réunies deux conditions. D'une part la firme n'est pas en mesure de faire face à ses échéances courantes et d'autre part ses actionnaires ne sont pas disposés à lui fournir les fonds dont elle aurait besoin pour survivre. Il y a donc toujours une décision des actionnaires. Il convient ainsi, afin d'apprécier le risque de défaut de la firme, de spécifier et de modéliser quel peut être le comportement de ces derniers dans ce domaine.

La prise en compte d'asymétries d'informations sur le seuil de défaut ou la valeur de l'entreprise (cf. Duffie et Lando (2001)) paraît en mesure de produire un spread qui ne tend pas vers zéro lorsque la maturité devient très faible (l'asymétrie d'information est un moyen de remettre en cause la prédictibilité du défaut par les acteurs du marché). On s'attachera aussi à modéliser les asymétries d'information des investisseurs sur le seuil de défaillance. En effet, les écarts de signaux détenus par les agents modifient leur niveau d'investissement et ont ainsi une incidence sur la prime de risque et le spread de crédit.

La modélisation du processus de la valeur de l'entreprise avec des sauts ou des mouvements browniens fractionnaires : le projet est d'examiner si de tels modèles ne sont pas eux aussi propres à rendre compte de la non convergence vers zéro des spreads de crédits sur échéances courtes, même pour des entreprises de très bon rating (faible endettement). En effet, la "prévisibilité" d'un brownien standard rend le non défaut presque sûr pour des échéances très rapprochées lorsque la firme (aux yeux de tous) est éloignée du seuil de défaut.

1.0.2 Etude empirique

La modélisation structurelle établit un lien entre le prix des actions et le prix de la dette risquée. Elle doit permettre d'approcher de manière novatrice le problème de l'évaluation de la prime de risque des actions (ou de la "prime de risque du marché"). On peut identifier deux méthodes standards d'estimation de cette prime de risque :

- les méthodes statistiques estimant la prime de risque, avec des techniques plus ou moins sophistiquées, à partir des excédents de rentabilité passés en posant des hypothèses de stationnarité nécessaires ;

- les méthodes des analystes financiers (comme "associés en finance" en France et divers établissements financiers). Elles utilisent des prévisions de dividendes et en induisent le taux de rendement interne de la chronique des flux espérés diminuée du prix de l'action.

Ces approches sont peu satisfaisantes et donnent de médiocres résultats de sorte que le niveau

lui-même et les fluctuations de la prime de risque sont, en fait, fort mal connus.

Par ailleurs, dans l'estimation d'un modèle structurel, certains paramètres (le taux d'intérêt, la valeur de l'entreprise, le taux d'endettement...) ne posent guère de problème d'estimation. En revanche d'autres paramètres ne sont pas directement observables, tels la volatilité de la valeur de l'entreprise σ et la prime de risque λ associée à l'aléa affectant cette valeur. Mais un modèle structurel relativement simple établit les relations suivantes entre ces paramètres (σ, λ) d'une part, et la volatilité, le spread de crédit et la prime de risque des actions d'autre part (les spreads de crédit sur la dette risquée sont, en réalité, l'expression d'un même risque sous-jacent affectant la valeur de l'entreprise) :

Volatilité action = $f(\sigma, \lambda)$, relation 1,

Spread de crédit = $g(\sigma, \lambda)$, relation 2,

Prime de risque de l'action = $h(\sigma, \lambda)$ relation 3,

où σ et λ représentent respectivement la volatilité et la prime de risque de la valeur de l'entreprise non observables. Or la volatilité des actions est mesurable soit comme volatilité empirique soit comme volatilité implicite dans le prix d'options. Les spreads de crédit sont couramment estimés à partir des données de marché. Les relations 1 et 2 ont les propriétés convenables permettant d'induire par un système d'équations implicites une estimation du couple (σ, λ) à partir des mesures de volatilité d'actions et de spreads de crédit. La relation 3 permet d'obtenir finalement une estimation de la prime de risque de l'action (ou du marché). (Une démarche similaire vient d'être adoptée par Cooper et Davydenko mais en utilisant le Modèle standard de Merton)

2 RESULTATS ATTENDUS

En **conclusion**, le développement de modèles structurels d'évaluation de la dette risquée est un enjeu essentiel pour les établissements financiers à la fois :

- dans leur gestion des risques de portefeuilles formés de titres différents émis par une même entreprise,
- dans leurs stratégies d'arbitrage (au sens non technique) entre les différents titres de l'entreprise, ce qui suppose une bonne maîtrise des risques pris et une bonne compréhension des corrélations entre les fluctuations de prix,
- dans le contrôle de leurs engagements vis-à-vis d'une contrepartie.

Le projet de recherche sera donc double :

§ amélioration théorique dans le cadre des modèles structurels, en utilisant des modèles de processus stochastiques plus élaborés que ne le sont les modèles habituellement proposés,

§ développements empiriques novateurs : les estimateurs théoriques seront testés sur des bases de données réelles ; de même, des simulations des modèles théoriques proposés seront

confrontés aux modèles réels observés.

Références :

- K. BACK, H.H. CAO, G.A. WILLARD, *Imperfect competition among informed traders*, 2001, Journal of Finance.
- P. COLLIN-DUFRESNE and R. GOLDSTEIN, *Do Credit Spreads Reflect Stationary Leverage Ratios?* , Journal of Finance, Oct2001, Vol. 56 Issue 5, 6 charts, 7 graphs
- P. COLLIN-DUFRESNE and M. SPENCER , *The Determinants of Credit Spread Changes*, 2001, Journal of Finance, Vol. 56 Issue 6, p2177, 31p
- Cooper Ian A. Serguei A Davydenko, *Using Yield Spreads to Estimate Expected Returns on Debt and Equity*, 2003 London Business School
- D. DUFFIE and D. LANDO, *Term Structures of Credit Spreads with Incomplete Accounting Information*, Econometrica, May 2001, v. 69, iss. 3, pp. 633-64
- D. DUFFIE and K. SINGLETON, *Modeling Term Structures of Defaultable Bonds*, Review of Financial Studies. Special 1999, 12(4), 687-720.
- GIESECKE Kay *Default and information* Cornell University 2003
- R. JARROW, D. LANDO and M. STUART, *A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads* , Review of Financial Studies, Summer 1997, v. 10, iss. 2, pp. 481-523
- R. JARROW and A. MORTON, *Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A Discrete Time Approximation*, 1990, Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 25, No. 4, Cornell University, University of Illinois at Chicago, pp. 419-440.
- R. JARROW and S. TURNBULL, *Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk*, 1995, Journal of Finance, 50 (1), March, 53-85.
- F. LONGSTAFF and E. SCHWARTZ, *A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt*, 1995, Journal of Finance, Vol. L, No. 3, UCLA , pp. 789-819.
- R. MERTON, *On the pricing of corporate debt : the risk structure of interest rates*, 1974, Journal of Finance, 449-469.

3 PLANNING PROVISOIRE

Ecriture de différents working papers d'ici 2005.